

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
AN ȘCOLAR 2022 – 2023
ETAPA LOCALĂ
11.02.2023
CLASA A VI -A

Subiectul I

Se consideră numerele $a = 2n + 1$, $b = 3n + 2$ și $c = 4n + 3$, unde n este număr natural.

Demonstrați că numărul $\frac{[a,b]+[b,c]}{2}$ este un pătrat perfect mai mare sau egal cu 4, unde prin $[x, y]$ se înțelege cel mai mic multiplu comun al numerelor x și y .

Subiectul II

Determinați numerele naturale x, y, z știind că $\frac{2x}{3y+7z} = \frac{3y}{2x+7z} = \frac{7z}{2x+3y}$ și $7x + 2y + 3z = 965$.

Subiectul III

Pe dreapta d se consideră punctele $A, B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ în această ordine astfel încât $AB_1 = 1, B_1B_2 = 2, B_2B_3 = 4, \dots, B_nB_{n+1} = 2^n$, unde n este număr natural mai mare sau egal cu 4.

- a) Calculați lungimea segmentului care unește A cu mijlocul lui $[B_3B_4]$
- b) Arătați că pentru orice număr natural nenul $k \leq n - 2$, lungimea segmentului care unește mijlocul lui $[B_{k-1}B_k]$ cu mijlocul lui $[B_{k+1}B_{k+2}]$ este un număr natural divizibil cu 9.

Subiectul IV

În jurul unui punct O se consideră unghiurile $\widehat{A_1OA_2}, \widehat{A_2OA_3}, \dots, \widehat{A_{n-1}OA_n}, \widehat{A_nOA_1}$, unde n este număr natural nenul.

- a) Dacă $n=4$ și $\widehat{A_2OA_3} = 2 \cdot \widehat{A_1OA_2}$, iar $\widehat{A_3OA_4} = 3 \cdot \widehat{A_1OA_2} = \widehat{A_4OA_1}$, calculați măsura unghiului dintre bisectoarea unghiului $\widehat{A_1OA_2}$ și semidreapta opusă semidreptei (OA_4) .
- b) Dacă n este par și măsurile unghiurilor $\widehat{A_1OA_2}, \widehat{A_2OA_3}, \dots, \widehat{A_{n-1}OA_n}, \widehat{A_nOA_1}$ sunt exprimate prin numere naturale consecutive, aflați n și $\widehat{A_1OA_2}$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte

Timp de lucru: 2 ore.